UE Géoressources – Licence 2

Énergie, puissance et bilans énergétiques

Corrigé

Point de vigilance

L'objectif du TD est moins d'obtenir des valeurs extrêmement précises que de maîtriser les **ordres de grandeur** et la distinction entre énergie et puissance. Une puissance s'exprime en watts et correspond à une énergie transférée par unité de temps. Une énergie s'exprime en joules ou en wattheures. Lorsqu'un rendement intervient, il faut toujours préciser quel terme est l'énergie entrante et quel terme est l'énergie utile.

1. Énergie et puissance : l'accélération d'un véhicule

Éléments de correction

a) Conversion de la vitesse

$$\begin{aligned} v &= \frac{100}{3{,}6} \\ &\simeq 27{,}8\,\text{m/s}. \end{aligned}$$

b) Énergie cinétique acquise

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}\,m\,v^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1\,659\,\text{kg} \times (27{,}8\,\text{m/s})^2 \\ &\simeq 6{,}40 \times 10^5\,\text{J}. \end{aligned}$$

Donc :

$$E_c \simeq 0{,}640\,\text{MJ} \simeq 0{,}178\,\text{kW h}.$$

c) Puissance mécanique moyenne

$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta E}{\Delta t} \\ &= \frac{6{,}40 \times 10^5\,\text{J}}{4{,}2\,\text{s}} \\ &\simeq 1{,}52 \times 10^5\,\text{W} \\ &= 152\,\text{kW}. \end{aligned}$$

d) Puissance chimique moyenne Avec $\eta = 0{,}30$:

$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{entrée}}} \qquad \Longrightarrow \qquad P_{\text{entrée}} = \frac{P_{\text{utile}}}{\eta} = \frac{152\,\text{kW}}{0{,}30} \simeq 508\,\text{kW}.$$

e) Interprétation Cette valeur de 152 kW est une **puissance mécanique moyenne associée à la seule augmentation d'énergie cinétique**. Elle néglige notamment la résistance de l'air, les frottements, les pertes dans la transmission, les variations de rendement du moteur et le fait que la puissance instantanée n'est pas constante pendant toute l'accélération. Elle ne constitue donc pas une mesure exacte de la puissance nominale du moteur.

Point de vigilance

Une voiture peut acquérir une énergie relativement modeste, ici seulement 0,178 kW h, tout en mobilisant une très forte puissance parce que cette énergie est transférée en quelques secondes. C'est précisément la différence entre énergie et puissance.

2. Le stockage gravitaire : l'exemple des seaux d'eau

Éléments de correction

a) Énergie d'un seau Un seau de 10 L d'eau a une masse d'environ 10 kg. À 1 m de hauteur :

$$\begin{aligned} E_p &= m\,g\,h \\ &= 10\,\text{kg} \times 9{,}81\,\text{m/s}^2 \times 1\,\text{m} \\ &\simeq 98\,\text{J}. \end{aligned}$$

En ordre de grandeur, on peut retenir 100 J.

b) Nombre de seaux pour 1 kW h

$$\begin{aligned} N &= \frac{1\,\text{kW h}}{98{,}1\,\text{J}} \\ &= \frac{3{,}6 \times 10^6\,\text{J}}{98{,}1\,\text{J}} \\ &\simeq 3{,}67 \times 10^4. \end{aligned}$$

Il faut donc environ **37 000 seaux** tombant de 1 m pour fournir 1 kW h d'énergie potentielle.

c) Débit nécessaire à 3 m**, sans pertes** Pour un débit massique $\dot{m}$:

$$P = \dot{m}\,g\,h.$$

Donc :

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{P}{g\,h} \\ &= \frac{1\,000\,\text{W}}{9{,}81\,\text{m/s}^2 \times 3\,\text{m}} \\ &\simeq 34{,}0\,\text{kg/s}. \end{aligned}$$

Comme 1 kg d'eau occupe environ 1 L :

$$Q \simeq 34\,\text{L/s} = 122\,\text{m}^3\text{/h}.$$

Avec des seaux de 10 L :

$$N \simeq \frac{122000}{10} \simeq 1.22 \times 10^4$$

soit environ **12 200 seaux par heure**.

d) Avec un rendement de 85 % La puissance hydraulique nécessaire vaut :

$$\begin{aligned} P_h &= \frac{P_e}{\eta} \\ &= \frac{1\,000\,\text{W}}{0{,}85} \\ &\simeq 1\,176\,\text{W}. \end{aligned}$$

D'où :

$$\dot{m} = \frac{1176}{9.81 \times 3} \simeq 40{,}0\,\text{kg/s},$$

soit environ 144 m^3/h, ou **14 400 seaux par heure**.

e) Volume de stockage pour 16 h L'énergie électrique demandée est :

$$\begin{aligned} E_e &= P_e\,\Delta t \\ &= 1\,\text{kW} \times 16\,\text{h} \\ &= 16\,\text{kW h} \\ &= 57{,}6\,\text{MJ}. \end{aligned}$$

L'énergie potentielle qu'il faut stocker vaut :

$$E_p = \frac{E_e}{0{,}85} \simeq 67{,}8\,\text{MJ}.$$

Or :

$$E_p = \rho\, V\, g\, h,$$

donc :

$$V = \frac{67.8 \times 10^6}{1000 \times 9.81 \times 3} \simeq 2{,}30 \times 10^3\,\text{m}^3.$$

Il faudrait un réservoir d'environ **2300 m^3**.

f) Bilan énergétique Le système peut s'écrire :

$$E_{\text{métabolique}} \longrightarrow E_{\text{mécanique humaine}} \longrightarrow E_{\text{potentielle de l'eau}} \longrightarrow E_{\text{électrique}} + E_{\text{pertes}}.$$

L'eau ne crée pas ici d'énergie : elle sert à la **stocker sous forme d'énergie potentielle**. Pour remonter les seaux, il faut fournir au minimum autant d'énergie mécanique que celle que l'on espère récupérer, et en pratique davantage à cause de tous les rendements inférieurs à 1. Le dispositif est donc un stockage très peu performant, pas une source primaire.

3. Un barrage : du bilan hydrologique au bilan énergétique

Éléments de correction

a) Volume annuel de précipitations Une pluviométrie de 1 000 mm/a correspond à 1 m/a. La surface vaut :

$$A = 655\,\text{km}^2 = 655 \times 10^6\,\text{m}^2.$$

Donc :

$$V_P = A \times P = 655 \times 10^6 \times 1 = 655 \times 10^6\,\text{m}^3/\text{a}.$$

b) Volume écoulé et débit moyen Avec un coefficient d'écoulement de 0,60 :

$$V_Q = 0{,}60 \times 655 \times 10^6 = 393 \times 10^6\,\text{m}^3/\text{a}.$$

Le débit moyen vaut :

$$Q = \frac{393 \times 10^6}{365.25 \times 24 \times 3600} \simeq 12{,}45\,\text{m}^3/\text{s}.$$

c) Puissance hydraulique

$$\begin{aligned} P_h &= \rho\, Q\, g\, h \\ &= 1\,000\,\text{kg/m}^3 \times 12{,}45\,\text{m}^3/\text{s} \times 9{,}81\,\text{m/s}^2 \times 100\,\text{m} \\ &\simeq 12{,}2\,\text{MW}. \end{aligned}$$

d) Puissance électrique

$$\begin{aligned} P_e &= \eta\, P_h \\ &= 0{,}88 \times 12{,}2\,\text{MW} \\ &\simeq 10{,}8\,\text{MW}. \end{aligned}$$

e) Énergie annuelle

$$E = P_e t = 10{,}75\,\text{MW} \times 8\,760\,\text{h} \simeq 94{,}2 \times 10^3\,\text{MW h}.$$

Ainsi :

$$E \simeq 94{,}2\,\text{GW h/a}.$$

Cette valeur est cohérente avec le fait que 10,8 MW est une puissance **moyenne**. Une centrale réelle module sa puissance au cours de l'année.

f) Renouvellement et temps de résidence Le taux de renouvellement est :

$$T = \frac{V_Q}{V_R} = \frac{393}{150} \simeq 2{,}62/\text{a}.$$

Le temps de résidence moyen est l'inverse :

$$\tau = \frac{1}{T} \simeq 0{,}382\,\text{a} \simeq 139\,\text{d}.$$

g) Énergie stockée dans le réservoir plein

$$\begin{aligned} E_p &= \rho\, V_R\, g\, h \\ &= 1\,000\,\text{kg/m}^3 \times 150 \times 10^6\,\text{m}^3 \times 9{,}81\,\text{m/s}^2 \times 100\,\text{m} \\ &\simeq 1{,}47 \times 10^{14}\,\text{J}. \end{aligned}$$

En GWh :

$$E_p = \frac{1.47 \times 10^{14}}{3.6 \times 10^{12}} \simeq 40{,}9\,\text{GW h}.$$

Après rendement :

$$E_e = 0{,}88 \times 40.9 \simeq 36{,}0\,\text{GW h}.$$

h) Durée à 100 MW

$$t = \frac{E}{P} = \frac{36{,}0\,\text{GW h}}{0{,}100\,\text{GW}} \simeq 360\,\text{h} \simeq 15\,\text{d}.$$

i) Stock et puissance Les 36 GW h représentent une **quantité d'énergie stockée**. Les 100 MW représentent un **débit d'énergie**, c'est-à-dire la vitesse à laquelle cette énergie est délivrée. Un même stock peut durer longtemps à faible puissance ou être épuisé rapidement à forte puissance.

Point de vigilance

Le barrage illustre deux bilans différents mais reliés : un **bilan de matière** sur l'eau (précipitations, écoulement, stockage) et un **bilan d'énergie** (énergie potentielle, énergie électrique, pertes). La puissance dépend d'un flux d'eau ; l'énergie stockée dépend d'un volume d'eau.

4. Le cycliste : bilan énergétique d'un organisme

Éléments de correction

a) Puissance moyenne correspondant à 3 000 kcal **par jour**

$$\begin{aligned} E &= 3000 \times 4{,}184\,\text{kJ} \\ &\simeq 12{,}55\,\text{MJ}. \end{aligned}$$

Répartie sur une journée :

$$P_{\text{moy}} = \frac{12.55 \times 10^6}{86400} \simeq 145\,\text{W}.$$

Il s'agit d'une puissance moyenne sur 24 h, pas de la puissance disponible pendant un effort intense.

b) Puissance métabolique pendant l'effort

$$\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{mét}}} \qquad \Longrightarrow \qquad P_{\text{mét}} = \frac{P_{\text{méc}}}{\eta} = \frac{250\,\text{W}}{0{,}25} = 1\,000\,\text{W}.$$

c) Puissance transformée en chaleur

$$\begin{aligned} P_{\text{chaleur}} &= P_{\text{mét}} - P_{\text{méc}} \\ &= 1\,000\,\text{W} - 250\,\text{W} \\ &= 750\,\text{W}. \end{aligned}$$

d) Refroidissement par évaporation

$$P_{\text{évap}} = \frac{m\,L_v}{\Delta t} = \frac{1.0 \times 2.26 \times 10^6}{3600} \simeq 628\,\text{W}.$$

e) Puissance nette stockée, si l'on néglige tout le reste

$$P_{\text{stock}} = 750 - 628 \simeq 122\,\text{W}.$$

f) Échauffement théorique du corps La capacité thermique totale du corps vaut :

$$C = m\,c = 60 \times 3500 = 2{,}10 \times 10^5\,\text{J/K}.$$

Sans transpiration :

$$\Delta T = \frac{750 \times 3600}{2.10 \times 10^5} \simeq 12{,}9\,\text{K/h}.$$

Avec 1 kg/h de transpiration :

$$\Delta T = \frac{122 \times 3600}{2.10 \times 10^5} \simeq 2{,}1\,\text{K/h}.$$

Ces valeurs montrent que le modèle est volontairement incomplet : dans la réalité, convection, rayonnement, conduction, respiration et régulation physiologique contribuent eux aussi fortement au bilan thermique.

g) Bilan énergétique général On peut écrire, en puissance :

$$P_{\text{met}} = P_{\text{mec}} + P_{\text{evap}} + P_{\text{conv}} + P_{\text{rad}} + P_{\text{resp}} + \frac{dU}{dt}.$$

Le terme dU/dt représente le stockage d'énergie interne, donc notamment une variation de température du corps. Dans notre calcul simplifié, nous avons négligé P_{conv}, P_{rad} et P_{resp}.

5. Application thermique : une douche

Éléments de correction

a) Énergie utile La masse d'eau vaut environ 40 kg et $\Delta T = 40 - 10 = 30\,\text{K}$.

$$\begin{aligned} Q &= m\,c_p\,\Delta T \\ &= 40\,\text{kg} \times 4\,180\,\text{J/(kg K)} \times 30\,\text{K} \\ &= 5{,}02 \times 10^6\,\text{J}. \end{aligned}$$

Donc :

$$Q \simeq 5{,}02\,\text{MJ} \simeq 1{,}39\,\text{kW h}.$$

b) Chauffe-eau de 2 kW, rendement 90 %. La puissance utile est :

$$P_u = 0{,}90 \times 2{,}0 = 1{,}8\,\text{kW}.$$

Donc :

$$t = \frac{1.39}{1.8} \simeq 0{,}774\,\text{h} \simeq 46\,\text{min}.$$

c) Chauffage en 10 min. Il faut fournir 1,39 kW h utile en 1/6 d'heure :

$$P_u = \frac{1.39}{1/6} \simeq 8{,}36\,\text{kW}.$$

Avec $\eta = 0{,}90$:

$$P_e = \frac{8.36}{0{,}90} \simeq 9{,}3\,\text{kW}.$$

d) Rôle du ballon. Un ballon d'eau chaude **découple la puissance de production de la puissance de consommation**. Une résistance de seulement quelques kilowatts peut chauffer lentement l'eau pendant plusieurs dizaines de minutes ou plusieurs heures ; l'énergie ainsi stockée dans l'eau chaude peut ensuite être délivrée beaucoup plus rapidement pendant la douche. Le ballon joue donc ici le rôle d'un stockage thermique.

Synthèse

Éléments de correction

Une **énergie** est une quantité transférée ou stockée ; elle s'exprime en joules ou en wattheures. Une **puissance** est un débit d'énergie, $P = dE/dt$, et s'exprime en watts. Un **flux** désigne le passage d'une quantité par unité de temps : dans un barrage, le débit d'eau commande la puissance disponible. Un **stock** est une quantité accumulée : le volume d'un réservoir ou l'eau chaude d'un ballon permettent de stocker de l'énergie. Enfin, le **rendement** compare l'énergie utile à l'énergie reçue et reste inférieur ou égal à 1.
Une écriture générale d'un bilan énergétique est :

$$E_{\text{entrée}} = E_{\text{utile}} + E_{\text{pertes}} + \Delta E_{\text{stock}}.$$

En régime stationnaire, le terme de stockage est nul ; les puissances entrantes et sortantes peuvent alors être directement comparées.